Berechnung periodischer Dezimalbrüche

Wahrscheinlich standen Sie auch schon vor dem Problem, einen periodischen Dezimalbruch in einen echten Bruch umzuwandeln. Dieses Programm berechnet Ihnen den echten Bruch automatisch. Ungenauigkeiten treten nicht auf.

Das Programm ist so geschrieben, daß eine Fehlbedienung so gut wie ausgeschlossen ist. Das Anfangsbild zeigt, wie die periodischen Dezimalbrüche eingegeben werden. Neben dem eigentlichen Ergebnis werden zusätzlich noch die wichtigsten Rechenschritte angezeigt. Nehmen wir doch einmal das Beispiel aus dem Anfangsbild:

Zu berechnen ist der Dezimalbruch
$0.76\overline{351}$,

Einzugeben ist der Wert 0.76351 und die Länge der Periode = drei. Der Dezimalbruch wird nun wie folgt aufgespaltet:

$$0.76\overline{351} = \frac{76}{100} + \text{Rest}$$

wobei für den Rest gilt,

$$\text{Rest} = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{351}{10^{5+3K}}$$

Dieses ist noch recht einfach zu verstehen. Daraus ergibt sich

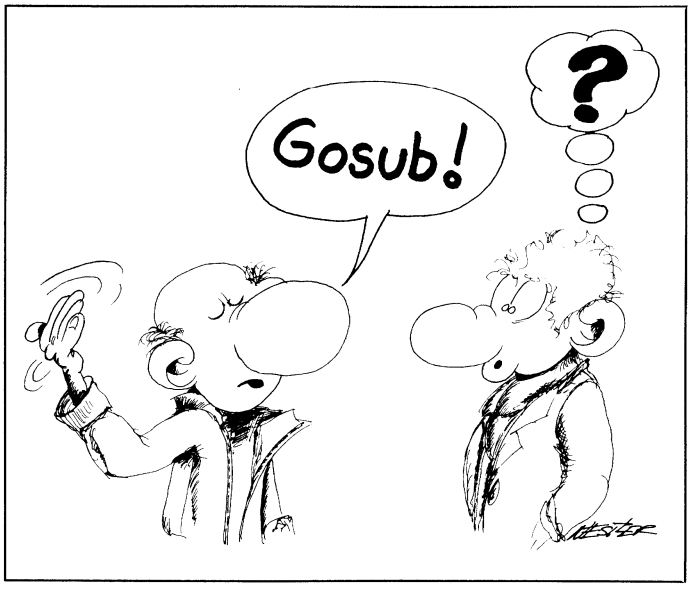
$$= \frac{351}{10^5} \times \sum_{K=0}^{\infty} \frac{1}{10^{3K}}$$

dieses ist durch vollständige Iteration beweisbar.

$$= \frac{351}{100000} \times \frac{1}{0.999}$$

Somit gilt (siehe auch ersten Zwischenschritt beim Ausdruck):

$$0.76\overline{351} = \frac{76}{100} + \frac{351}{100000} \times \frac{1}{0.999}$$



Dies war der schwierigste Teil der Berechnung und erforderte zum ganzen Verständnis schon einige Grundkenntnisse in höherer Mathematik. Doch zum Glück ist das Verständnis keine Voraussetzung zum Benutzen des Programms.

Sehen wir weiter: Zunächst wird nun versucht, die vorhandenen Brüche so klein wie möglich zu machen. Das geschieht dadurch, daß man jeweils von Zähler und Nenner den GGT (größter gemeinsamer Teiler) berechnet und Zähler und Nenner dadurch dividiert. In unserem Beispiel ist beim ersten Bruch

$$\frac{76}{100}$$

der GGT = 4; nach der Division erhalten wir also

$$\frac{19}{25}$$

Beim anderen Bruch (der zweite Bruch wurde bereits mit dem dritten multipliziert) haben wir den GGT 27, dies führt dann zum Ergebnis

$$\frac{13}{3700}$$

Als zweites Zwischenergebnis steht nun:

$$= \frac{19}{25} + \frac{13}{3700}$$

Im folgenden sind jetzt also nur noch die beiden Brüche zu addieren. Das machen wir, wie in der Schule gelernt, indem wir zuerst das KGV (kleinstes gemeinsames Vielfaches) der beiden Nenner suchen. Da die Funktion GGT schon vorhanden ist und das KGV definiert ist als

$$\text{KGV}(a,b) = \frac{a \times b}{\text{GGT}(a,b)}$$

ist dies kein größeres Problem.

Anschließend muß dann nochmal durch den GGT des jetzt so entstehenden einzigen Bruches dividiert werden und wir erhalten:

$$= \frac{113}{148}$$

Wenn das Programm als Unterprogramm verwendet werden soll, so muß vor dem Aufruf der Dezimalbruch in X$ stehen und die Länge in L$. Zurückgegeben wird dann in Z2$ der Zähler und in N2$ der Nenner. Die Zeilen zum Ausdrucken der Ergebnisse müssen natürlich entfernt werden.

Das Programm wurde zwar für den C 64 geschrieben, kann aber im Prinzip auf jeden anderen Computer übertragen werden, sofern er Stringbefehle verarbeiten kann. Falls diese nicht zur Verfügung stehen, müssen wenige Anpassungs-Routinen geschrieben werden. (B. Filpe/do)

```
0 REM ************************************    <131>
1 REM *                                  *    <050>
2 REM *    BERECHNUNG PERIODISCHER       *    <145>
3 REM *        DEZIMALBRUECHE            *    <005>
4 REM *                                  *    <053>
5 REM *    BERNHARD FILPE                *    <177>
6 REM *    LANGGASSE 28                  *    <036>
7 REM *    6733 HASSLOCH                 *    <192>
8 REM *                                  *    <057>
9 REM ************************************    <140>
10 POKE 53280,6:POKE 53281,6:PRINT CHR$(14
   7),CHR$(14),CHR$(8)                        <201>
20 PRINT"BERECHNUNG PERIODISCHER DEZIMALBR
   UECHE"                                     <062>
30 PRINT"TTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTT
   TTTTT"                                     <094>
40 PRINT"{3DOWN}EINGABEBEISPIEL:"             <248>
45 PRINT"{DOWN,18SPACE}***"                   <127>
50 PRNT"ZU BERECNEN .7635"          <232>
60 PRINT"{DOWN}EINGABE{5SPACE}: 0.76351{3S
   PACE}LAENGE 3"                             <211>
70 PRINT"{DOWN}"                              <018>
80 INPUT"DEZIMALBRUCH{6SPACE}: ";X$           <232>
90 INPUT"LAENGE DER PERIODE: ";L$             <211>
100 L=VAL(L$):IF L<>INT(L)OR L<1 THEN ER$=
    "EINGABE DER PERIODE FALSCH":GOTO 2000    <005>
105 IF VAL(X$)=0 THEN ER$="FALSCHE EINGABE
    ":GOTO 2000                               <096>
110 REM TEST AUF KORREKTE EINGABE             <109>
120 XL=LEN(X$)                                <138>
130 FOR I=1 TO XL                             <196>
140 T$=MID$(X$,I,1):T=VAL(T$)                 <144>
150 IF(T=>1)AND(T<=9)THEN FL=1:GOTO 180       <198>
160 IF T$="0"AND FL=0 THEN NU=NU+1:GOTO 18
    0                                         <005>
165 IF T$="0"THEN 180                         <166>
170 IF T$="."AND PF=0 THEN FL=1:PF=1:PK=I:
    GOTO 180                                  <066>
175 ER$="FALSCHE EINGABE":EL=I:GOTO 2000      <238>
180 NEXT                                      <190>
200 IF FL THEN X$=MID$(X$,NU+1):PK=PK-NU      <253>
210 XL=LEN(X$)                                <228>
220 IF PF=0 THEN ER$="DEZIMALPUNKT FEHLT":
    GOTO 2000                                 <247>
230 IF L>XL-PK THEN ER$="FALSCHE PERIODENA
    NGABE":GOTO 2000                          <248>
250 PRINT"{CLR,DOWN}BERECHNUNG PERIODISCHE
    R DEZIMALBRUECHE"                         <198>
260 PRINT"TTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTT
    TTTTTT"                                   <070>
270 PRINT"{DOWN}DEZIMALBRUCH{7SPACE}: ";:I
    F PK=1 THEN PRINT"0";                     <017>
275 PRINT X$                                  <127>
280 PRINT"LAENGE DER PERIODE : ";L$           <227>
290 PRINT                                     <138>
300 REM BERECHNUNG                            <045>
310 N(1)=10↑(XL-L-PK)                         <200>
320 IF PK=1 THEN V$=MID$(X$,2,XL-L-1):GOTO
     337                                      <012>
330 V$=MID$(X$,1,PK-1):VL=LEN(V$)             <183>
335 V$=V$+MID$(X$,PK+1,XL-VL-1-L)             <103>
337 Z(1)=VAL(V$)                              <112>
340 N(2)=10↑(XL-PK)                           <102>
350 Z(2)=VAL(MID$(X$,XL-L+1)):IF Z(2)=0 TH
    EN ER$="DEZIMALBRUCH TRIVIAL":GOTO 200
    0                                         <191>
360 N(3)=1-10↑(-L):Z(3)=1                     <187>
400 GOSUB 3000                                <118>
410 GOSUB 4000:PRINT                          <062>
420 IF Z(1)=0 THEN 450                        <236>
430 G1=Z(1):G2=N(1):GOSUB 5000:REM GGT        <217>
440 Z(1)=Z(1)/GG:N(1)=N(1)/GG                 <005>
450 Z(2)=Z(2)*Z(3)                            <046>
460 N(2)=N(2)*N(3)                            <065>
510 G1=Z(2):G2=N(2):GOSUB 5000:REM GGT        <043>
520 Z(2)=Z(2)/GG:N(2)=N(2)/GG                 <171>
530 GOSUB 3000                                <250>
540 IF Z(1)<>0 THEN GOSUB 4300                <211>
550 IF Z(1)=0 THEN GOSUB 4200:END             <157>
555 PRINT                                     <149>
560 G1=N(1):G2=N(2):GOSUB 5000                <099>
570 GG=N(1)*N(2)/GG:REM KGV                   <014>
580 Z(1)=Z(1)*GG/N(1)                         <178>
590 Z(2)=Z(2)*GG/N(2)                         <208>
600 N(2)=GG:Z(2)=Z(1)+Z(2)                    <064>
610 G1=Z(2):G2=N(2):GOSUB 5000                <152>
620 Z(2)=Z(2)/GG:N(2)=N(2)/GG                 <015>
630 GOSUB 3000:GOSUB 4200                     <188>
700 END                                       <194>
2000 REM FEHLERANZEIGE                        <047>
2010 PRINT"{3DOWN,RVSON,SPACE}";ER$;" "       <096>
2015 IF EL=0 THEN 2030                        <029>
2017 PRINT"{DOWN}";X$:IF EL=1 THEN PRINT"↑
     ":GOTO 2030                              <0A0>
2020 FOR J=1 TO I-1:PRINT" ";:NEXT:PRINT"↑
     "                                        <016>
2030 FOR W=1 TO 1000:GET A$:IF A$=""THEN N
     EXT                                      <025>
2040 RUN                                      <C38>
3000 REM AUSGABE DER ERRECHNETEN WERTE        <171>
3005 Z(1)=INT(Z(1)):Z(2)=INT(Z(2)):N(1)=IN
     T(N(1)):N(2)=INT(N(2))                   <169>
3010 Z1$=STR$(Z(1)):N1$=STR$(N(1))            <049>
3020 Z2$=STR$(Z(2)):N2$=STR$(N(2))            <008>
3030 Z3$="1":N3$=STR$(N(3)):IF N(3)<>1 THE
     N 3040                                   <106>
3035 N3$=" .":FOR J=1 TO L:N3$=N3$+"9":NEX
     T:N(3)=VAL(N3$)                          <114>
3040 L1=LEN(Z1$):IF L1<LEN(N1$)THEN L1=LEN
     (N1$)                                    <182>
3050 L2=LEN(Z2$):IF L2<LEN(N2$)THEN L2=LEN
     (N2$)                                    <050>
3060 L3=LEN(N3$)                              <199>
3070 IF L1>LEN(Z1$)THEN Z1$=" "+Z1$:GOTO 3
     070                                      <216>
3080 IF L1>LEN(N1$)THEN N1$=" "+N1$:GOTO 3
     080                                      <157>
3090 IF L2>LEN(Z2$)THEN Z2$=" "+Z2$:GOTO 3
     090                                      <112>
3100 IF L2>LEN(N2$)THEN N2$=" "+N2$:GOTO 3
     100                                      <231>
3110 IF L3>LEN(Z3$)THEN Z3$=" "+Z3$:GOTO 3
     110                                      <186>
3120 N3$="0"+MID$(N3$,2)                      <034>
3130 RETURN                                   <140>
4000 PRINT"{2SPACE}";Z1$;"{3SPACE}";Z2$;"{
     3SPACE}";Z3$                             <175>
4010 PRINT"= ";                               <036>
4020 FOR I=1 TO L1:PRINT"*";:NEXT:PRINT" +
     ";:FOR I=1 TO L2:PRINT"*";:NEXT:PRIN
     T" * ";                                  <058>
4030 FOR I=1 TO L3:PRINT"*";:NEXT:PRINT       <129>
4040 PRINT"{2SPACE}";N1$;"{3SPACE}";N2$;"{
     3SPACE}";N3$                             <145>
4050 RETURN                                   <042>
4100 PRINT"{2SPACE}";Z2$;"{3SPACE}";Z3$       <226>
4110 PRINT"= ";                               <138>
4120 FOR I=1 TO L2:PRINT"*";:NEXT:PRINT" *
     ";                                       <161>
4130 FOR I=1 TO L3:PRINT"*";:NEXT:PRINT       <231>
4140 PRINT"{2SPACE}";N2$;"{3SPACE}";N3$       <133>
4150 RETURN                                   <144>
4200 PRINT"{2SPACE}";Z2$                      <091>
4210 PRINT"= ";                               <238>
4230 FOR I=1 TO L2:PRINT"*";:NEXT:PRINT       <074>
4240 PRINT"{2SPACE}";N2$                      <128>
4250 RETURN                                   <244>
4300 PRINT"{2SPACE}";Z1$;"{3SPACE}";Z2$       <233>
4310 PRINT"= ";                               <082>
4320 FOR I=1 TO L1:PRINT"*";:NEXT:PRINT" +
     ";                                       <120>
4330 FOR I=1 TO L2:PRINT"*";:NEXT:PRINT       <174>
4340 PRINT"{2SPACE}";N1$;"{3SPACE}";N2$       <140>
4350 RETURN                                   <088>
5000 REM GGT                                  <036>
5010 G1=INT(G1):G2=INT(G2)                    <218>
5020 IF G1<G2 THEN HI=G1:G1=G2:G2=HI          <231>
5030 IF G1/G2=INT(G1/G2)THEN GG=G2:RETURN     <168>
5040 Q=G1/G2:IF Q>20 THEN G1=G1-INT(Q-10)*
     G2                                       <170>
5050 IF G1=G2 THEN GG=G1:RETURN               <241>
5060 IF G1>G2 THEN G1=INT(G1-G2):GOTO 5020    <241>
5070 G2=INT(G2-G1):GOTO 5020                  <136>
```

Listing. Wandlungen eines periodischen Bruches in einen echten Bruch