

```

290 DEF FN F(X)=INT(X*10E6+.5)/10E6 <035>
300 : <022>
310 Y=Y1 <237>
320 PRINT " X(3SPACE)"," (2SPACE)Y" <059>
330 FOR X=A TO B STEP H <234>
340 GOSUB 410:M=F:REM STEIGUNG DER NAEHERU
    NGSGERADEN <146>
350 T=Y-M*(X+A):REM VERSCHUB DER GERADEN <026>
360 PRINT FN F(X),FN F(Y) <155>
370 Y=M*(A+X+H)+T:REM NAECHSTER Y-WERT <007>
380 NEXT X <074>
390 END <138>
400 : <122>
410 F=Y*X-2*X:REM DIFFERENTIALGLEICHUNG <125>
420 RETURN <224>
    
```

0 64'er

DIESES VERFAHREN HAT KEINE FEHLER-ABSCHAETZUNG. NUMERISCH IST DIESES VERFAHREN RECHT SCHNELL, ABER BEI ZU GROSSER SCHRITTWEITE SEHR UNGENAU, WOBEI DER FEHLER MIT WACHSENDEM X IMMER GROESSER WIRD. SCHRITTWEITEN VON 10⁻² UND KLEINER SIND SCHON EINIGERMASSEN GENAU.

anfangswerte : x,y 0 1
 intervallobergrenze 2
 schrittweite .2
 y'=y*x-2*x

x	y
0	1
.2	.1
.4	.96
.6	.8768
.8	.742016
1	.5407386
1.2	.2488863
1.4	-.171381
1.6	-.7793677
1.8	-1.6687654

Listing 6. Näherungsweise Lösung einer gewöhnlichen Differentialgleichung nach dem Eulerschen Polygonzugverfahren

```

100 PRINT "{CLR,RVSON,SPACE}RUNGE-KUTTA-VER
    FAHREN OHNE LOK. FEHLER{SPACE,RVOFF}" <061>
110 PRINT "DGL AM PROGRAMMEITE EINGEBEN!" <099>
120 INPUT "{DOWN}SCHRITTWEITE {2SPACE}";H <053>
130 INPUT "{DOWN}ANFANGSWERT {3SPACE}";Y0 <133>
140 INPUT "{DOWN}INTERV.GRENZEN";A,B <200>
150 DEF FN R(X)=INT(X*1E4+.5)/1E4 <089>
160 PRINT "{2DOWN,SPACE}X"," Y" <087>
170 YK=Y0 <203>
180 XK=A <194>
190 GOSUB 250 <222>
200 YL=YK+(H/6)*(L1+2*L2+2*L3+L4) <251>
210 PRINT FN R(XK),YK <138>
220 XK=XK+H:YK=YL <216>
230 IF XK<=B+H THEN 190 <199>
240 END <242>
250 X=XK:Y=YK:GOSUB 300:L1=F <107>
260 X=XK+H/2:Y=YK+(H/2)*L1:GOSUB 300:L2=F <031>
270 X=XK+H/2:Y=YK+(H/2)*L2:GOSUB 300:L3=F <042>
280 X=XK+H:Y=YK+H*L3:GOSUB 300:L4=F <213>
290 RETURN <094>
300 F=Y*X-2*X :REM <=> Y'=. . . +DGL <038>
310 RETURN <114>
    
```

0 64'er

DGL AM PROGRAMMEITE EINGEBEN!

schrittweite .2
 anfangswert 1
 interv.grenzen 0 2

x	y
0	1
.2	.979798667
.4	.916713007
.6	.802782992
.8	.622873585
1	.351283323
1.2	-.0544188081
1.4	-.664413992
1.6	-1.59652193
1.8	-3.0527736
2	-5.38822485

Listing 7. Näherungsweise Lösung einer gewöhnlichen Differentialgleichung nach dem Runge-Kutta Verfahren

Vektorrechnung aus dem Effe

Mit Mathefix können fast alle Aufgaben aus dem Bereich der Vektorrechnung im dreidimensionalen Raum gelöst werden.

Alle erdenklichen Schnittprobleme von einer Geraden mit einer Ebene, zwei Geraden oder zwei Ebenen sind ganz einfach zu lösen und benötigen nicht mehr seitenlange Berechnungen. Auch Schnittwinkel, Projektion von Punkten und Umrechnungen von der Parameterform in die Normalenform der Ebene stellen kein Problem mehr dar. Jede Ausgabe erfolgt, sinnvoll auf zwei Stellen gerundet, auf dem Bildschirm, und kann mit der F1-Taste als Hardcopy auf jedem Drucker ausgegeben werden, der sich von Simons Basic ansprechen läßt. Das Programm arbeitet durchgehend mit HiRes-Grafik.

Wichtige Eingabehinweise:

Das Programm (Listing) benötigt Simons Basic. Um den C 64 ebenfalls auf Kleinschrift umzustellen, geben Sie im Direktmodus den Befehl »CSET 1«. Beachten Sie bitte den REM-Kommentar in Zeile 15. Ab Zeile 1020 steht am Anfang der Strings öfter ein kleines reverse »b«. Es entsteht durch die Tastenkombination »CTRL« + »B«. Das reverse »H« (zum Beispiel in Zeile 1441) ist die F7-Taste.

Allgemeine Hinweise:

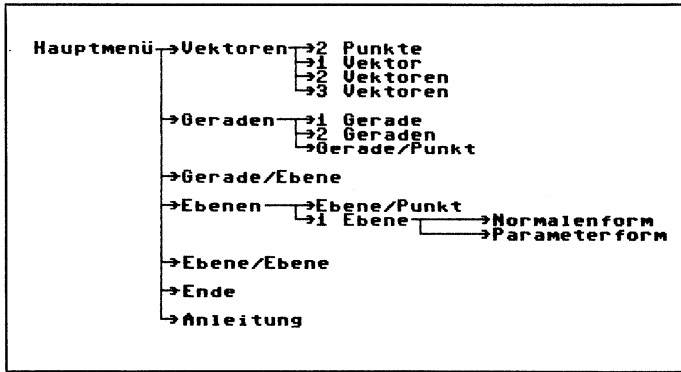
In allen Menüs genügt das Drücken der gewünschten Taste um in das nachfolgende Menü zu kommen oder die Berechnung zu beginnen. Auf die Aufforderung »WEITER MIT RETURN« und »ZURÜCK MIT RETURN« drücken Sie bitte die RETURN-Taste. Bei der Eingabe Ihrer Zahlenwerte schließen Sie bitte jede Zahleneingabe mit einem RETURN ab.

Durch das Betätigen der Funktionstaste F7 innerhalb der Werteeingabe gelangen Sie jeweils in das vorherige Menü zurück.

Bei »ZURÜCK MIT RETURN« können Sie durch drücken der SPACE-Taste dieselbe Rechnung mit anderen Zahlenwerten wiederholen. Jedesmal, wenn von Ihnen eine Eingabe verlangt wird, können Sie mit der Funktionstaste F1 eine Hardcopy des aktuellen Bildschirminhaltes auf dem Drucker erzeugen.

Im Programm wird unter »n« der Punkt mit den Koordinaten (X/Y/Z) verstanden.

Das Programm enthält eine Anleitung in Kurzform.



Die Gliederung des Programmes

Einsprungs-adressen:	Übergabe-variablen:	Ausgabe:
29000 Punkte/Gerade	$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \\ az \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} ux \\ uy \\ uz \end{pmatrix}$ P(p1/p2/p3)	Abstand: FP x\$(p/s/Winkel) Proj.: F(f1/f2/f3) Ebene: $x1 \cdot x + x2 \cdot y + x3 \cdot z = x$
29200 Gerade/Gerade	g: siehe oben h: siehe oben mit bx, by, bz und mit vx, vy, vz	Abstand: FP x\$ siehe oben Schnittpunkt: S(sx/sy/sz)
30000 Punkt/Gerade	E: $nx \cdot x + ny \cdot y + nz \cdot z = c$ P(xe/ye/ze)	Abstand: FP x\$ siehe oben Proj.: F(gx/gy/gz)
30600 Ebene/Ebene	E: $n1 \cdot x + n2 \cdot y + n3 \cdot z = ce$ F: $m1 \cdot x + m2 \cdot y + m3 \cdot z = cf$	Abstand: EF x\$ siehe oben Schnittgerade: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} s1 \\ s2 \\ s2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} s4 \\ s5 \\ s6 \end{pmatrix}$
30200 Gerade Ebene	E: siehe oben $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} g1 \\ g2 \\ g3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} ux \\ uy \\ uz \end{pmatrix}$	x\$ siehe oben Schnittpunkt: S(gx/gy/gz)
18000 Programmkopf erstellen 18200 Titelbild erstellen 19000 Eingaberoutine 18500 Zurück mit RETURN 18600 Get/Copy-Abfrage 18700 Print-Using 18550 Fehler 28500 Weiter mit RETURN Variablenliste: Siehe Übergabevariablen bei den Unterprogrammen. Die Eingaben sind immer im Feld x() enthalten. Alle restlichen Variablen haben keine große Bedeutung, sie dienen nur als Laufvariablen oder zur Zwischenspeicherung von Ergebnissen.		

Verzeichnis der Unterprogramme

Menüpunkt 1

Nun erscheint ein Untermenü (Bedienung siehe Hauptmenü).

- 1 - 2 Punkte
- 2 - 1 Vektor
- 3 - 2 Vektoren
- 4 - 3 Vektoren
- 5 - M e n u e

Untermenü 1

Von Ihnen wird die Eingabe der Koordinaten von zwei Punkten erwartet.

Der Computer berechnet: - den Vektor zwischen den beiden Punkten.

Geben Sie die Punkte ein:
 A (1_ / 2_ / 3_)
 B (4_ / 5_ / 7_)

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3.00 \\ 3.00 \\ 4.00 \end{pmatrix}$$

Berechnung: 2 Punkte

Untermenü 2

Von Ihnen wird die Eingabe eines Vektors erwartet.

Der Computer berechnet: - den Winkel des Vektors gegenüber einer waagerechten Ebene

- den Betrag des Vektors
 - den Einheitsvektor

Geben Sie den Vektor ein:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0_ \\ 1_ \\ 1_ \end{pmatrix}$$

Winkel(x,y) = 45.000 Grad

|x| = 1.41 LE

$$\vec{x}^0 = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.71 \\ 0.71 \end{pmatrix}$$

Berechnung: 1 Vektor

Untermenü 3

Von Ihnen wird die Eingabe zweier Vektoren erwartet.

Der Computer berechnet: - die Lage der Vektoren zueinander (Schnittwinkel?/parallel?/senkrecht?)

- die Fläche des Parallelogramms
 - das Skalarprodukt
 - das Vektorprodukt

Geben Sie die Vektoren ein:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 1_ \\ 1_ \\ 1_ \end{pmatrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 1_ \\ 1_ \\ 1_ \end{pmatrix}$$

Schnittwinkel: 56.94 Grad

Fläche: 7.68 FE

$$\vec{A} \circ \vec{B} = 5.00 \quad \vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} 7.00 \\ 1.00 \\ -3.00 \end{pmatrix}$$

Berechnung: 2 Vektoren

Untermenü 4

Von Ihnen wird die Eingabe von 3 Vektoren erwartet.

Der Computer berechnet: - den Wert der Determinante
 - das Volumen des Parallelepfachs

Geben Sie die Vektoren ein:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 1_ \\ 2_ \\ 3_ \end{pmatrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 2_ \\ 3_ \\ 4_ \end{pmatrix} \quad \vec{C} = \begin{pmatrix} 1_ \\ 2_ \\ 3_ \end{pmatrix}$$

D = 346.00 Volumen = 346.00 UE

Berechnung: 3 Vektoren

Untermenü 5

Zurück zum Hauptmenü

Menüpunkt 2

Es erscheint ein Untermenü (Bedienung siehe Hauptmenü)

- 1 - 1 Gerade
- 2 - 2 Gerade
- 3 - Gerade/Punkt
- 4 - Hauptmenue

Untermenü 1

Von Ihnen wird die Eingabe der Koordinaten von einem Aufhängepunkt und dem Richtungsvektor einer Geraden erwartet.

Der Computer berechnet: - den Winkel zur XY-Ebene
- die Spurpunkte der Geraden

Geben Sie die Gerade ein:

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Winkel(xy) = 17.72 Grad

Berechnung: 1 Gerade Ausgabeseite 1

Durch drücken von RETURN kommen Sie zu der zweiten Ausgabeseite.

Spurpunkte:

- YZ (0.00 / 0.00 / -4.00)
- XZ (0.00 / 0.00 / -4.00)
- XY (0.57 / 1.14 / 0.00)

Berechnung: 1 Gerade Ausgabeseite 2

Untermenü 2

Von Ihnen wird die Eingabe von zwei Geraden erwartet:
Der Computer berechnet: - die Lage der Geraden zueinander (Schnittwinkel?/parallel?/senkrecht?/windschief?)
- den Schnittpunkt (wenn möglich)

Geben Sie die Geraden ein:

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechnung: 2 Geraden Eingabeseite

Durch RETURN kommen Sie zu der Ausgabeseite.

Winkel(xy) = 74.50 Grad

Die Geraden sind windschief
Abstand: 21.91

Berechnung: 2 Geraden Ausgabeseite

Untermenü 3

Von Ihnen wird die Eingabe einer Geraden und eines Punktes erwartet.

Der Computer berechnet: - die senkrechte Projektion des Punktes auf die eingegebene Ebene
- Ebene durch die Gerade und den Punkt
- Abstand des Punktes von der Geraden

Geben Sie die Gerade ein:

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Geben Sie den Punkt ein:

$$\hat{A} (1 / 2 / 3)$$

Abstand: 1.31

Berechnung: Punkt/Gerade Eingabeseite

Durch RETURN kommen Sie zu der Ausgabeseite.

Die senkrechte Projektion:

$$\hat{A} (2.14 / 2.29 / 2.43)$$

$$n \times \begin{pmatrix} -2.00 \\ 4.00 \\ -2.00 \end{pmatrix} = 0.00$$

Berechnung: Punkt/Gerade Ausgabeseite

Menüpunkt 4

Nun erscheint ein Untermenü (Bedienung siehe Hauptmenü)

- 1 - Ebene/Punkt
- 2 - 1 Ebene
- 3 - Hauptmenue

Untermenü 1

Von Ihnen wird die Eingabe einer Ebene in Normalenform und eines Punktes erwartet.

Der Computer berechnet: - die senkrechte Projektion des Punktes auf die eingegebene Ebene
- den Abstand des Punktes von der Ebene

Ebene in Normalenform:

$$n \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 5$$

$$P (2 / 3 / -1)$$

Berechnung: Punkt/Ebene Eingabeseite

Untermenü 2

Es erscheint ein weiteres Untermenü.
Hier können Sie auswählen in welcher Form Sie die Ebene eingeben wollen.

Der Computer berechnet: - die jeweils andere Ebenenform
- die Spurpunkte
- die Spurgeraden mit Winkelangaben

- 1 - Normalenform
- 2 - Parameterform
- 3 - Hauptmenue

Berechnung: 1 Ebene Auswahl

Ebene in Parameterform:

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 1.00 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -2.00 \\ 1.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0.00 \\ -3.00 \\ 2.00 \end{pmatrix}$$

Berechnung: 1 Ebene Eingabe 2

Menüpunkt 5

Von Ihnen wird die Eingabe von zwei Ebenen in Normalen-